

Reikningsbækur tveggja alda: Markmið, markhópar og gildi

Skóðaðar eru sex íslenskar kennslubækur í reikningi sem voru notaðar á Íslandi á árabílinu 1780–1980; markhópar þeirra, markmið og gildismat höfundanna. Allar bækurnar lúta sniði reikningsbóka frá lokum miðalda. Siðaboðskapar Lúthers gætir í sumum bókanna en einnig áhrifa upplýsingarstefnunnar. Bækurnar voru allar ritaðar af ungum eldhugum á vandaðri íslensku en þeir höfðu að nokkru ólíkar hugmyndir um nám og kennslu. Markhópur þeirra var aðallega ungt fólk í sjálfsnámi og markmiðið var að lyfta menntunarstigi Íslendinga með því að kenna undirstöðuatriði reiknings og ráðdeild í meðferð fjármuna. Baksvið bókanna er gamla bændapjóðfélagið fremur en vaxandi bæjasamfélag.

Efnisorð: Reikningur, reikningsbækur, gömul gildi, bændapjóðfélag, sjálfsnám

INNGANGUR

Meðal þess sem leynist í menningararfi Íslendinga eru kennslubækur í reikningi. Þær láta fæstar mikið yfir sér og hafa lítt verið rannsakaðar. Þegar nánar er að gætt má sjá að vel er til þeirra vandað. Þær kynna hið nýjasta á sviðinu utan úr heimi og eru ritaðar á vönduðu máli. Kennslubækur í stærðfræði eru því forvitnileg grein menningarsögunnar sem verðskuldar athygli. Skóðaðar eru fjórar fyrstu íslensku kennslubækurnar í reikningi, sem voru notaðar á Íslandi á árabílinu frá 1780 fram yfir 1911. Tvær 20. aldar kennslubækur, sem hlutu löggildingu árið 1929 til kennslu í skyldunámi, eru teknar með til samanburðar.

BAKGRUNNUR: EVRÓPSKIR STRAUMAR

Reikniskólar og reikningsbækur

Mikil aukning varð í verslun og viðskiptum undir lok miðalda. Kaupmenn frá Austurlöndum og Afríku skiptu við kaupmenn í Flórens, Feneyjum og fleiri borgum á Norður-Ítalíu sem dreifðu vörum þeirra áfram vestur og norður eftir Evrópu. Þekking á indó-arabískri talnaritun breiddist út í þessum viðskiptum ásamt nýjum reikniaðferðum. Reikniskólar, *scuole di abbaco*, voru stofnaðir í ítölsku borgunum og reikningsbækur, *libri di abbaco*, voru ritaðar á móðurmálinu en ekki latínu, sem var mál lærðra manna og kirkjuskóla (Van Egmond, 1980).

Reikningsbækurnar lutu ákveðnu sniði: Kynning á indó-arabískri talnaritun og reikniaðgerðunum fjórum, samlagningu, frádrætti, margföldun og deilingu heilla talna og nefndra talna (það er talna með gjaldmiðlum og mælieiningum), almenn brot og töflur (svo sem margföldunartöflur og töflur yfir myntbreytingar) voru kjarni bókanna. Viðfangsefnin voru yfirleitt kaup og sala, samanburður mælieininga, vöruskipti, vextir og afslættir í prósentum, skipting hagnaðar, ágóða og arfs og blöndunar-reikningur (Van Egmond, 1980).

Hlutföll og þríliða voru notuð til að ákveða verð eftir magni og reikna milli gjaldmiðla. Þríliða var aðferð þar sem þrjár tölur eru gefnar og finna skal fjórðu töluna í sama hlutfalli við hina þriðju og önnur talan er við hina fyrstu. Mörg tilbrigði voru við þríliðu, svo sem rétt, öfug og samsett þríliða (Kristín Bjarnadóttir, 2010) og falsregla, sem var byggð á ágiskun.

Áhrif siðbótar og menntakenninga

Siðbótarmaðurinn Lúther (1483–1546) og samverkamenn hans beittu sér fyrir menntun almennings þar sem mótmælendatrú vann sér sess. Siðbótarmenn litu á reikningskennslu sem þátt í siðrænu uppeldi. Kennslubækur í reikningi, samdar í þessu skyni, voru ritaðar á móðurmálinu með tilliti til sjálfsnáms og miðuðust við verslun og viðskipti en dæmi úr fornmenntum og sögubókum voru einnig algeng. Bækurnar voru því greinar á meiði ítölsku reikningsbókahefðarinnar og fylgdu sama sniði (Grosse, 1901).

Menntakenningar fylgdu í kjölfar almenningsmenntunar. Á 17. öld tók að bera á því að reikningur þætti andlaus og hugsunarlaus vélræn iðja. Johann Amos Comenius (1592–1670) boðaði nýja sýn: kenna ætti stærðfræði til að skerpa hugsunina og geta tekist á við viðfangsefni lífsins. Meðal þeirra sem rituðu bækur í anda hans var Christlieb von Clausberg (1732) sem sagði að líta bæri á reikningskennslu út frá skilningi og lagði áherslu á gleðina sem fylgdi því að skilja hvers vegna verkefni verði leyst með tiltekinni reglu (Jänicke, 1888, bls. 43). Arftakar Comeniusar, svo sem Johann Heinrich Pestalozzi (1746–1827), boðuðu kennsluáðferðir byggðar á skynjun og reynslu og Pestalozzi leitaðist við að leysa nám undan harðstjórn aðferða og dóma um rétt og rangt. Hann varð fyrstur til að móta kennsluáðferðir til nota í skólum (Bullynck, 2008).

Kenningar þessara manna höfðu mikil áhrif á menntastefnur á Vesturlöndum á 19. og 20. öld. Herbert Spencer (1820–1903) setti til dæmis fram uppeldiskenningar

sem voru byggðar á hugmyndum Pestalozzis, þar sem hann lagði megináherslu á að styrkja frumkvæði nemenda og getu þeirra til að draga eigin ályktanir (Myhre, 2001).

Misjafnlega hefur tekist að útfæra kenningar uppeldisfrömuðanna. Atvinnurekendur hafa gjarnan kvartað yfir að nemendur kæmu til þeirra með ruglingslegar hugmyndir um tölur og að þá skorti æfingu (Cohen, 2003). Hafi þær raddir orðið háværar hafa áherslurnar sveiflast í átt að leikni. Menntastefnur hafa æ síðan sveiflast á milli áherslna á skilning og leikni; milli þess að laga stærðfræðikennsluna að skynjun og reynslu barna í anda Pestalozzis og krafna atvinnulífs og efri skólastiga um leikni í aðferðum.

Fyrstu opinberu yfirvöldin sem leituðu til Pestalozzis voru skólayfirvöld í Danmörku (Silber, 1976). Hans Christian Hansen (2009) hefur greint sveifluna þar í landi. Hann telur dönsku skólalöggjöfina 1814 hafa verið undir áhrifum kenninga Pestalozzis en síðan hafi leiknikenningar náð yfirhöndinni. Upp úr 1840 og aftur um 1900–1910 hafi kenningar Pestalozzis notið álits, kröfur um leikni hafi aftur aukist eftir 1920 en sveifla orðið í átt til áherslu á skilning með nýrri skólalöggjöf árið 1958.

Upplýsingarstefnan og aðstæður á Íslandi

Upplýsingarstefna 18. aldar var grundvölluð á skynsemishyggju og trú á getu manna til að byggja hegðun sína og sjónarmið á þekkingu. Upplýsingarstefnan á Íslandi kom frá Danmörku og átti rætur að rekja til mótmælendahluta Þýskalands. Útgáfustarfsemi forvígismanna íslensku upplýsingarstefnunnar er merkilegt átak í menntun fullorðinna, og hún hafði víðtæk og langæ áhrif. Menntun almennings í stærðfræðilegum efnum átti vel við stefnu upplýsingarmanna og fyrstu veigamiklu kennslubækurnar í reikningi voru ritaðar af mönnum sem aðhylltust stefnuna. Íslenska upplýsingarstefnan var á engan hátt róttæk. Forystumenn hennar vildu „upplýsa“ almenning en þeir stefndu ekki að neinni meiri háttar breytingu á samfélaginu (Ingi Sigurðsson, 2010).

Helsti atvinnuvegur á 19. öld var landbúnaður þar sem fiskveiðar voru snar þáttur. Fólk bjó næstum eingöngu í dreifbýli. Árið 1835, er Reykjavík var orðin miðstöð stjórnsýslu, var íbúafjöldi hennar einungis 639 eða 1,1% af heildarmannfjölda landsins, það er 56.035 manns. Fiskveiðar breyttust á síðari hluta 19. aldar með tilkomu þilskipa og síðar vélbáta. Þorp mynduðust en íbúar í þéttbýli urðu ekki jafnmargir íbúum í dreifbýli fyrr en undir 1930 (Guðmundur Jónsson, Magnús S. Magnússon og Hallgrímur Snorrason, 1997). Breytingar sem höfðu átt sér stað á Íslandi í lok 19. aldar voru miklu minni en til dæmis í Noregi og Danmörku. Almenningsfræðsla kom mun síðar til framkvæmda á Íslandi, tækniframfarir sem urðu í nágrannalöndunum náðu aðeins í litlum mæli til Íslands og þéttbýlismyndun varð þar miklu síðar en í öðrum Evrópulöndum. Aðstæður voru því hagstæðar hugmyndum upplýsingarinnar á Íslandi fram á síðari hluta 19. aldar og jafnvel fram til 1920 (Ingi Sigurðsson, 2010).

RANNSÓKNARAÐFERÐ

Rannsókninni er ætlað að varpa nokkru ljósi á stöðu og hlutverk kennslubóka í reikningi í menningarsögu þjóðarinnar. Alls voru sex kennslubækur valdar til rannsókna.

Tveir forvígismenn upplýsingarstefnunnar á 18. öld gáfu út myndarlegar kennslubækur í reikningi: Ólafur Olavíus (1780) *Greinilega vegleiðslu til talnalistarinnar*, og Ólafur Stefánsson (Stephensen) (1785) *Stutta undirvísun*. Voru þær hinar fyrstu af sínu tagi á íslensku. Bækur Ólafanna tveggja urðu grundvöllur stærðfræðimenntunar Íslendinga í sex áratugi. Næstu tvær kennslubækur í reikningi af svipaðri stærð og telja má í anda upplýsingarinnar voru gefnar út á 19. öld: *Reikningslist, einkum handa leikmönnum*, eftir Jón Guðmundsson (1841), síðar ritstjóra Þjóðólfs, og *Reikningsbók Eiríks Briem* (1869; 1880), síðar Prestaskólakennara. Bækurnar fjórar eru fyrstu heildstæðu kennslubækurnar í reikningi sem ritaðar voru á íslensku. Áhrifa þeirra gætti allt frá 1780 fram undir 1920 en bók Eiríks Briem var síðast gefin út 1911. Bæði á 18. og 19. öld komu út handbækur með reikningstöflum og leiðbeiningum um einfaldan reikning (Hatton, 1746; Jón Jónsson (Johnsonius), 1782; Sigurður Br. Sivertsen, 1841) en ekki verður fjallað um þær hér.

Allmargar kennslubækur í reikningi voru gefnar út allt frá því að sett voru lög nr. 2/1880 um uppfræðing barna í skrift og reikningi (Lög um uppfræðing barna í skript og reikningi nr. 2/1880). Hér var valið að rannsaka tvær bækur sem voru löggiltar árið 1929 til nota í skyldunámi en endurspeglu ólíka afstöðu til reikningsnáms. Sú fyrri er *Reikningsbók* eftir Sigurbjörn Á. Gíslason (1911a, 1911b, 1912) sem sýnir annars konar nálgun en 19. aldar bækurnar og minnir nokkuð á *Greinilega vegleiðslu* eftir Ólaf Olavíus. Hin síðari er *Reikningsbók handa börnum* eftir Elías Bjarnason (1927, 1929) sem hafði mikil áhrif á íslenska reikningskennslu barna langt fram eftir 20. öld.

Í rannsókninni var spurt hverjar væru rætur kennslubókanna, hvort eitthvað væri líkt með höfundum þeirra, um útbreiðslu bókanna og markhópa, markmið höfundanna og félagsleg gildi, hugmyndir þeirra um nám og kennslu, og hvort tengja mætti bækurnar við evrópska menningarstrauma og menntastefnur.

Snið kennslubókanna sex var borið saman við staðlað snið og inntak evrópskra reikningsbóka eins og Van Egmond (1980) hefur lýst. Formálar kennslubókanna og inntak voru greind með tilliti til markhóps, markmiða og hugmynda um nám og kennslu. Reikningsdæmin voru greind með tilliti til gildismats og staðhæfingar Niss (1996, bls. 13) um að einungis séu nokkrar grundvallarástæður fyrir því að haldið sé úti kennslu og námi í stærðfræði, nefnilega að stærðfræðimenntun

- stuðli að tæknilegri, efnahagslegri og félagslegri þróun samfélagsins,
- stuðli að viðhaldi og þróun menningar og hugmyndaheims samfélagsins, og
- veiti nemendum forsendur til að takast á við nám, störf og þátttöku í þjóðfélaginu.

Enn fremur var beitt sagnfræðilegum aðferðum: leitað heimilda í fræðiritum um sögu reikningskennslu, menntakenningar og ævi höfunda kennslubókanna. Heimildir um æviágrip eldri höfundanna fjögurra eru fengnar úr *Íslenzkum æviskrám* (Páll Eggert Ólason, 1948–1976) en yngri höfundana tveggja úr *Kennaratali* (Ólafur Þ. Kristjánsson, 1958–1965) nema annars sé getið.

NIÐURSTÖÐUR

Greinileg vegleiðsla – Ólafur Olavíus

Ólafur Olavíus (1741–1788) lauk námi í heimspeki frá Kaupmannahafnarháskóla. Hann var ötull höfundur rita um margvísleg gagnleg efni í anda upplýsingarinnar. Ólafur Olavíus gekkst fyrir kaupum á prentsmiðju, sem mátti prenta veraldleg rit, árið 1773. Hún var sett niður í Hrappsey á Breiðafirði. Upp kom ósamkomulag um rekstur prentsmiðjunnar, Ólafur hvarf úr landi og reikningsbók hans, *Greinilig Vegleidsla til Talnalistarinnar með fjórum höfudgreinum hennar og þriggja lida Reglu skipud eptir Landsvísu og Kauplögum Íslendinga*, 374 bls. auk 28 bls. formála, kom út árið 1780 í Kaupmannahöfn. Bókin var prentuð í 1300 eintökum og virðist hafa verið dreift ókeypis. Ávarp í upphafi hennar bendir til þess að hún hafi verið kostuð af Schach-Rathlau greifa. Um 7000 heimili voru í landinu um 1780 (Guðmundur Jónsson o.fl., 1997). Fjöldinn nægir til þess að bókin hefði getað ratað inn á nærri fimmta hvert heimili þótt varlegt sé að álykta að svo hafi verið enda óvíst um dreifingarkosti.

Vonir Ólafs Olavíusar um að bókin kæmi að notum við skólana á biskupsstólunum í Skálholti og á Hólum rættust ekki. Fyrrum samstarfsmenn hans við Hrappseyjarprentsmiðjuna báru bókinni illa söguna, sögðu hana ritaða á tilgerðarlegu máli (Kristín Bjarnadóttir, 2007). Höfundur hafði látið þessi orð falla í formála:

[E]g veit ekki af, er sá se nokkur úti þar, sem kenni almenníngi nokkvat í Talnalist (þat er sem flest önnur skipan á ólandinu!), ég fráqveð lítinn hlut í skólunum, og mun þá sjálfmællt, at hverr almenníngsmaðr skal vera kennandi sinn síálfr, er læra vill nokkut. (Ólafur Olavíus, 1780, xiii–xiv)

Klausan um ólandið fór fyrir brjóstið á heimamönnum en *Greinileg vegleiðsla* er athyglisverð bók frá sjónarmiði reikningskennslu. Höfundur segir frá því í formála að fyrirmynd hennar sé bók von Clausbergs (1732), *Demonstrative Rechenkunst*, sem var alls tæpar 1500 bls. Bók von Clausbergs var gefin út þrisvar sinnum, síðast 1762. Með samanburði má sjá að Ólafur Olavíus tekur margt beint upp eftir bók von Clausbergs. Megináhersla er lögð á reiknileikni í báðum bókunum. Snið þeirra beggja er hefðbundið, reikniaðgerðirnar fjórar í heilum tölum, brotum og nefndum tölum, það er með mynt- og mælieiningum, ásamt þríliðu. Orðadæmi um daglegt líf fjalla um breytingar milli ólíkra mynt- og mælieininga, en einnig bregður fyrir kaupum vinnufólks, verði pappírsarka, verðgildi þorsks, tóbaki, æðardún og indígó.

Dæmin fjalla mörg um hagkvæmar aðferðir við reikning. Langur kafli *Greinilegrar vegleiðslu* er helgaður dæmum um hvernig megi léttu sér útreikninga. Ólafur nefnir þau „talnabrogð“ en von Clausberg *Vorteile*. Tvöföldun þótti einfaldari en önnur margföldun og henni er oft beitt. Margföldun var snúið eftir föngum upp í samlagningu og deilingu í frádrátt. Margar aðferðir eru sýndar við að margfalda með 96 sem oft var nauðsynlegt þar sem 96 skildingar voru í ríkisdalnum. Slíkar kúnstir kröfðust æfingar en voru gagnlegar þeim sem höfðu jafnvel ekki pappír við höndina.

Stutt undirvísun – Ólafur og Magnús Stephensen

Ólafur Stefánsson Stephensen (1731–1812), síðar stiftamtmaður, lauk prófi í lögfræði við Kaupmannahafnarháskóla árið 1754. Hann var fyrsti leiðtogi upplýsingarinnar á Íslandi og ritaði margt í tímarit upplýsingarmanna um gagn lands og þjóðar. Kennslubók hans, *Stutt undirvísun í reikningslistinni og algebra*, 248 bls. auk 16 bls. formála og fleira efnis, kom út árið 1785. Höfundur ávarpaði lesarann og firrti sig grun um yfir-læti gagnvart landsmönnum:

[E]i er ritlíngr þessi samantekinn í þeirri meiníngu, at ei seu þeir margir her á landi, er vel kunnir at reikna, og geti án hans kennt þat öðrum út af ser, einkum af embættismönnum andligrar og veraldligrar stéttar, helldr er hann ætlaðr þeim úngu og upp-vaxandi til nota ... (Ólafur Stefánsson, 1785, Til lesarans)

Efnisskipan er hefðbundin: reikniaðgerðirnar fjórar í heilum tölum, einum sér og „margskyns“ eða nefndum tölum, almennum brotum og tugabrotum. Nánar var farið í runur en í *Greinilegri vegleiðslu*, þríliðu voru gerð skil, dregnar voru rætur og algebra og jöfnur voru kynntar til sögunnar. Merkilegust eru þó tugabrotin. Innleiðing tugabrota í Evrópu er eignuð Simon Stevin (1548/49–1620) en þau voru ekki orðin útbreidd í evrópskum reikningsbókum á átjándu öld. Þau eru hvorki í bók von Clausbergs (1732) né í *Einleitung zur Rechenkunst* eftir Leonhard Euler (1738).

Magnús Stephensen (1762–1833), sonur Ólafs, tók inntökupróf í Kaupmannahafnarháskóla um júl 1781. Skipi hans seinkaði og haustprófum var lokið er hann náði landi. Hann hafði því ekki getað fylgst með stærðfræðikennslunni um haustið og skildi ekki kennarann þegar hann komst í tíma enda fannst honum orðatiltæki kennarans óvenjulega myrk og óskiljanleg. Hann keypti sér því uppskriftir af fyrirlestrum Geuss, prófessors við Háskólann, en þá er meðal annars að finna í handritinu Lbs. 408, 8vo, og stóð sig prýðilega á stærðfræðiprófinu um vorið (Magnús Stephensen, 1888).

Ólafur Stefánsson sagðist í formála hafa ritað kver sitt árið 1758 eftir dvöl sína í Kaupmannahöfn. Hann var þá 27 ára. Uppkastið hefði gengið manna á milli í uppskriftum og því hefði hann talið rétt að láta prenta það. Hann hefði nýlega aukið það um nokkra kafla. Magnús flutti handrit að kveri föður síns til Kaupmannahafnar til prentunar haustið 1784, þá tæpra 22 ára. Faðir hans „hafði nefnilega falið Magnúsi á hendur, 1784, að yfirskoða, og, hvar þessi hjeldi við þurfa, laga hennar form“ (Magnús Stephensen, 1888, bls. 262). Handritið Lbs. 409, 8vo, sem er líklega upphaflegt handrit Ólafs, ber sama heiti og bókin, *Stutt undirvísun*, en er mun styttra. Samanburður við handritið af fyrirlestrum Geuss leiðir í ljós að prentaða bókin er líkari því en handritinu frá hendi Ólafs. Magnús Stephensen (1888) sagðist í sjálfsævisögu sinni hafa breytt handritinu nokkuð og bætt við köflum um tugabrot, hlutföll og runur, algebra og jöfnur; alls sex köflum af tuttugu og sex, eða 78 bls. af 248 bls. texta. Tugabrotin voru kynnt í fyrirlestrum Geuss. Nýmælin í *Stutttri undirvísun*, tugabrot, algebra og jöfnur, eru því frá Magnúsi komin og fyrirlestrum Geuss.

Stutt undirvísun varð strax löggilt kennslubók fyrir stólsskólana tvo (Reskript til Stiftsbevalingsmand Levetzow, 1855). Löggildingin útilokaði bók Olavíusar frá skólanotum. Heimild bendir þó til þess að *Stutt undirvísun* hafi ekki notið mikillar athygli í skólunum. Í skólaminningum frá 1795–99 segir:

Boðið var að piltar skyldu læra Geographia og Arithmetica, en hvorugt var þar [í Reykjavíkurskóla] kennt í minni tíð ... okkur bara sagt, að við ættum að læra þetta, og það gekk þá upp og niður ... öllum sem komust í efra bekk var gefin stiptamt-manns Ólafs Arithmetik, en það var í sjálfra piltanna valdi, hvort þeir luku upp bók-inni nokkurntíma eða aldrei. (Árni Helgason, 1907–1915, bls. 86)

Stutt undirvísun er styttri bók og samantþjappaðri en *Greinileg vegleiðsla*. Einungis voru sýnd fjögur til sjö dæmi um hverja reikniadgerð í heilum tölum. *Stutt undirvísun* er að miklu leyti byggð á háskólafyrirlestrum þar sem reikniadferðum voru gerð nákvæm skil en ekki sýnd fjölbreytileg nálgun eins og í *Greinilegri vegleiðslu*. Sýnt var hvernig má einfalda tölur í þríliðu með styttingu og kallast hún eins og önnur brögð í þríliðu „*Praxis Italica* af því að þeir Ítalísku hafa slíkt að mestu uppfundit“ (Ólafur Stefánsson, 1785, bls. 141). Dæmum úr fornmenntum bregður fyrir, svo sem um skipafjölda í Trójumannabardaga (bls. 60) og samræður [Markúsar] Antoníusar og félaga hans Semproníusar (bls. 175). Stöku sinnum má öðlast innsýn í aldarhátt. Fjallað var um dánarbú, kaup og útgerð báta, aflaskipti, afköst sláttumanna og fleira er varðaði hefðbundinn búskap stórbænda sem höfðu mannskap á stóra báta eins og áttæringa. Fátækum var gefin ölmusa og dæmi sýnir röðun til borðs eftir virðingarröð og samsvarendi mismikinn íburð í mat. Dæmin voru notuð til að sýna aðferðir: Annars vegar lausn jöfnu með tveimur óþekktum stærðum (bls. 241–248) en hins vegar notkun jómfrúareglu (bls. 169–173), afbrigði af blöndunareglu sem beitt var við blöndun ólíkra þátta við tiltekin skilyrði.

Ólafur Stefánsson ritaði ávarp til stjórnar konungsverslunarinnar sem ætla má að hafi styrkt eða kostað útgáfuna. Þar segir að hann afhendi bókina löndum sínum og sér í lagi uppvaxandi æskufólki til að veita því þekkingu og hagkvæmni svo að það geti tekið einhvern þátt í versluninni eða orðið þjónar hennar þegar þess tími komi (bls. *4). Aðeins eitt dæmi er þó að finna um innkaup hjá kaupmanni. Verslunarvaran var brennivín og mjöður. Ef til vill hafa menn ekki þurft að sækja margt annað til kaupmannsins nema þá mjöl. Í einu dæmanna sagði að keyptar hefðu verið til Íslands árið 1750 10.000 tonn mjöls sem skipta átti milli 40.000 manns sem menn vissu fyrir víst vera á landinu (bls. 60).

Reikningslist – Jón Guðmundsson

Jón Guðmundsson (1807–1875), síðar ritstjóri Þjóðólfs, átti erfiða æsku sökum fátæktar og veikinda en lauk stúdentsprófi 25 ára gamall (Einar Laxness, 1960). Jón var ráðinn umboðsmaður konungseigna á Kirkjubæjarklaustri á Síðu árið 1836 og gegndi því starfi til 1847. Þar ritaði hann, liðlega þrítugur að aldri, bókina *Reikningslist, einkum handa leikmönnum*, 260 bls., auk fjögurra bls. formála (Jón Guðmundsson, 1841). Bókin var prentuð í Viðey á kostnað Ólafs M. Stephensen, sonar Magnúsar. Jón Guðmundsson taldi sig einnig þurfa að forðast ámæli menntaðra lesenda. Ekki mátti samt treysta því að allir kynnu að lesa:

[M]á samt einginn sá hugsa sér að læra neitt af því – nema með góðri tilsögn – sem ekki kann vel að lesa, þ.e. sem getur gjört sér greinileg meiníngaskil eptir lestrar-

teiknum og lestrarreglum; ... [Þeim sem betur eru að sér enn eg] þarf eg ekki að segja, að bókin er ekki samin handa þeim, heldur einkum handa leikmönnum. (Jón Guðmundsson, 1841, Til lesarans)

Ljóst er að höfundur þekkti *Stutta undirvísun*. Hann tók meðal annars upp vísu um merkingu sætanna í tugasetiskerfinu sem þar er talin „alkend baga“ (Ólafur Stefánsson, 1785, bls. 6) og raunar er hana að finna í eldri handritum, til dæmis ÍB 217, 4to, *Arithmetica – Það er reikningslist* (1721/1750).

Sig mest merkir hinn fyrsti,
– mann – tíu kvað annar,
hundrað þýðir hinn þriðji,
þúsund fjórði, vel grunda,
tíu þúsund tel fimta,
tel hundrað þúsund, sjötta,
sjöunda mér klerkar kenndu,
að kalla þúsund þúsunda.

(Jón Guðmundsson, 1841, bls. 8; orðaröð í næstsíðustu línu samkvæmt rímreglum og texta Ólafs Stefánssonar (1785))

Efnisskipanin er hefðbundin: Reikniaðgerðirnar fjórar í heilum tölum og brotnum, þar með töldum tugabrotum, mælieiningar og gjaldmiðlar ásamt þríliðu en engin algebra. Vaxtavextir voru nýjung og sýnt var hvernig mætti reikna þá til baka, eitt og eitt tímabil í senn.

Bókin hófst á almennum ráðleggingum um námið (bls. 1–3), til dæmis að byrja fremst á bókinni, kunna töflurnar viðstöðulaust, æfa sig á dæmunum, sem voru reiknuð í bókinni, og skrifa læsilega og greinilega tölustafi. Viðvaningum var bent á að hafa til taks steinspjald og griffil eða krít og hreina fjöl til að geta numið burt tölur sem kynnu að vera rangt settar. Höfundur benti lesandanum á að skapa sér ný dæmi sömu tegundar, reikna þau og prófa. Hann rakti aðferðir, til dæmis við margföldun, í átta tölusetnum reglum. Margföldun með tveggja stafa tölu mætti þó forðast með því að „sundra henni“ í þætti, til dæmis að margfalda fyrst með 7 og svo með 8 í stað þess að margfalda með 56.

Fleiri dæmi um verslun og viðskipti er að finna í *Reikningslist* en í 18. aldar bókunum tveimur. Dæmin fólu í sér boðskap: Andvirði innfluttra munaðarvara, svo sem kaffis, tóbaks og brennivíns, mætti verja á skynsamlegri hátt en svo, og dæmi voru gefin um það. Sögð var saga af manni sem vandi sig á að drekka hálfpott af brennivíni á dag frá þrítugu til sextugs (Jón Guðmundsson, 1841, bls. 40), öðrum sem keypti brennivín í tunnu í Reykjavík og seldi á okurverði upp til sveita eftir að hafa tekið af skammt fyrir sjálfan sig og vini sína (bls. 228) og enn öðrum sem ráðstafaði árslaunum sínum í kaffi, brennivín og brauð hjá bakara (bls. 28–30). Nemendur fengu reikningsdæmi af þessu tagi til lærdóms og viðvörunar. Samt var ekki minnst á heilsufarsleg vandamál tengd brennivínsdrykkju, einungis á kostnað, og mikill kostnaður við kaffi er nefndur í sömu andrá. En varhugur gagnvart þéttbýlinu leynir sér ekki.

Enn fremur sagði frá kaffisvelg nokkrum sem var búinn að venja sig á að drekka fimm bolla á dag af kaffi. Hann keypti til þess kaffibaunir sem hann hugði að mundu endast honum árlangt. Það gekk ekki eftir og dæmið gekk út á að minnka drykkjuna eftir fyrstu tólf vikur ársins þannig að kaffiskammturinn entist. Að lokum kom tilbrigði við dæmið þar sem spurt var hve lengi skammturinn entist ef drukkni væru sex bollar á sunnudögum en þrír bollar aðra daga (bls. 215–216).

Fáar heimildir er að finna um notkun bókarinnar. Hennar var aðeins einu sinni getið í skólaskýrslu Bessastaðaskóla (Jón Jónsson, 1842, bls. 14–15). Hún var ekki nefnd í ævisögu Jóns Guðmundssonar eftir Einar Laxness (1960).

Reikningsbók – Eiríkur Briem

Eiríkur Briem (1846–1929) var 23 ára gamall er hann gaf út *Reikningsbók* (Eiríkur Briem, 1869) ásamt Einari Þórðarsyni prentara. Bókin er 212 bls. Eiríkur lauk guðfræðiprófi árið 1867. Þá hafði hann aðeins dvalið þrjá vetur í Reykjavík við nám í Lærða skólunum og Prestaskólanum sem tók að jafnaði átta ár samanlagt. Aðra vetur hafði hann lesið heima og jafnframt kennt yngri systkinum sínum. Sjálfsnám var honum því tamt. Höfundur sagðist hafa tekið nokkuð af dæmum úr bókum Ursins og Berthelsens (Eiríkur Briem, 1880, bls. iv) en bókin virðist að mestu frumsamin og endurspegla lífsviðhorf höfundar. Eiríkur varð fyrir áhrifum af kenningum Spencers í dvöl sinni í Kaupmannahöfn veturinn 1879–80 og þýddi hluta ritsins *Um uppeldi barna og unglinga* (Spencer, 1884). Eiríkur hafði einnig ungar kynnt sér skrif Ólafs Stefánssonar, einkum ritgerðir er byggðar voru á reikningi og gáfu tilefni til frekari útreiknings (Guðmundur G. Bárðarson, 1931).

Efni *Reikningsbókar* Eiríks Briem er sem hinna fyrri reikniaðgerðirnar fjórar í heilum tölum, brotnum og nefndum tölum með mynt- og mælieiningum, þríliða, prósentu- og vaxtareikningur. Vísan góða „sig mest merkir hinn fyrsti ...“ (Eiríkur Briem, 1869, bls. 3) birtist enn. Síðari hluti bókarinnar kom út árið 1880. Þá bættust við líkingar (jöfnur) og bókstafareikningur auk kafla um logra (lógaritma), sem voru nýlunda í íslenskum reikningsbókum. Lograreikningur er hin formlega leið til að finna upphaflega upphæð eftir að vaxtavextir hafa bæst við. Lograr og bókstafareikningur hurfu þó í síðari útgáfum (sbr. 4. prentun annars parts 1905); hafa ef til vill ekki þótt tímabært efni. Óþarfa efni í bókum gerði þær of dýrar.

Reikningsbók Eiríks hlaut mikla útbreiðslu og var oft endurprentuð. Markhópurinn var ungmenni en síður börn. Í formála síðari hlutans frá 1880 sagði höfundur ætlan sína vera að hafa bókina svo ljósa að menn sem hefðu löngun til að læra reikning og allgóðar gáfur til þess gætu haft not af bókinni þótt þeir hefðu litla eða enga tilsögn. Hann gerði þó ráð fyrir að menn nytu nokkurrar tilsagnar við logra-, bókstafa- og jöfnureikning. Orð Eiríks í formálanum bera vott um áhrif frá kenningum Spencers um að láta nemandanum eftir röksemdafærslu og veita honum tækifæri til að uppgötva sjálfur og nema á eigin spýtur:

[J]eg [hef] leitt hjá mjer að færa rök fyrir reglum þeim, er settar eru; þar sem á stöku stað að vikið er frá þessu, þá er það af því, að röksemdin gat sjálf verið æfingardæmi eða hún lá svo ljóst fyrir, að hún gat verið til að festa regluna betur í minni ... til

Þess að hafa full not af því, er menn nema í reikningi, þarf að kunna það svo vel, að mönnum verði *ljett* um reikninginn, og sje eigi hætt við að reikna rangt; þetta verður eigi nema með *töluverðri æfingu* og með því optar en einu sinni að rifja það upp, er menn hafa numið; einkum hættir þeim, er tilsagnar njóta, mjög við, að gleyma aptur, ef þeir eigi hvað eptir annað rifja það upp, er þeir hafa numið. (Eiríkur Briem, 1880, Formáli)

Dæmi Eiríks voru að mörgu leyti svipuð dæmum Jóns Guðmundssonar. Þau fjölluðu um skynsamlega ráðstöfun fjármuna en vöruðu við sóun í munaðarvörur eins og kaffi og brennivín. Saga Jóns um kaffineysluna gekk aftur hjá Eiríki en fjallaði þar um bónda sem hafði keypt til heimilis síns kaffibirgðir sem endast áttu til árs með tuttugu bolla neyslu á dag á heimilinu. Hraðar gekk á birgðirnar en ætlað var. Eiríkur sagði líka sögu af manni sem var svo óforsjáll að eiga ekki næga ull til að vinna frá góu fram að sauðburði. Bóndinn þurfti að greiða 240% prósentu ársvexti fyrir lán á haustull gegn greiðslu í vorull (Eiríkur Briem, 1869, bls. 131). Hefur það væntanlega verið ungum mönnum viðvörðun.

Eiríkur tók ríkan þátt í þjóðfélagsbreytingum fram á 20. öld. Hann var gæslumaður Landsbankans, fyrsta banka landsins. Útgerðarhættir breyttust og þéttbýlisstaðir tóku að myndast við sjávarsíðuna. Breytinganna gættir þó lítt í *Reikningsbók*, að því frátöldu að verð var gefið upp í krónum eftir fyrstu útgáfu. Krónan var tekin upp 1875. Metrakerfið var tekið upp árið 1907 en það kom ekki fram þótt bókin væri síðast gefin út árið 1911. Menn voru þá enn að ala önn fyrir ómögum, leggja inn fisk, ull og tólg, og kaupa mjöl og kaffi til heils árs í senn. Konur voru að spinna í voð og vinnukonur að fá vaðmál og lambsfóður í vinnulaun.

Reikningsbók – Sigurbjörn Á. Gíslason

Sigurbjörn Á. Gíslason (1876–1969) var bóndasonur úr Skagafirði en búsettur í Reykjavík frá 15 ára aldri, árið 1891, fyrst sem skólapiltur en síðar kennari. Sigurbjörn lauk guðfræðiprófi frá Prestaskólanum árið 1900 og dvaldist síðan í fjórtán mánuði á Norðurlöndum við nám. Íbúafjöldi Reykjavíkur var 11.600 árið 1910 eða 13,6% af heildarmannfjöldanum, 85.183 (Guðmundur Jónsson o.fl., 1997). Reykjavík var að breytast úr þorpi í bæ. Sigurbjörn kenndi í ýmsum skólum í Reykjavík, Vélskólanum, Verslunarskólanum og Kvennaskólanum, og gaf út *Reikningsbók* sína í sex litlum heftum á árunum 1911–1914. Samtals var bókin 480 bls., 48–72 bls. hvert hefti, nema fimmta og sjötta hefti sem voru 112 og 128 bls. Hann var fyrstur þeirra höfundu sem hér hafa verið taldir til að miða kennslubók sína við skólakennslu, allt frá byrjendakennslu til framhaldsskóla.

Í bók sinni hvatti Sigurbjörn til hugarreiknings og varaði við því að kynna töflur, svo sem margföldunartöflur, of snemma og við utanaðbókarlærdómi yfir höfuð: „„Þululærdómur““ við reikningsnám er einskis virði, en því miður svo sorglega almennur vor á meðal enn sem komið er“ (Sigurbjörn Á. Gíslason, 1911a, bls. 3). Höfundur mælti með því að nota reiknibretti og að velja dæmi úr daglegu lífi barnanna. Hann lagði áherslu á skilning, til dæmis í brotareikningi, og sýndi fleiri en eina aðferð til að finna samnefnara.

Efnisskipan í fyrsta heftinu handa byrjendum var önnur en í eldri bókum. Þar var fyrst fjallað um tölurnar 1–10, síðan 11–20, og að lokum 21–100. Rætt var um samlagningu og frádrátt í orðum og á bls. 9 voru reikningsmerkin + og – kynnt til sögunnar. Margföldun og deiling ásamt reikningsmerkjum voru kynnt á bls. 18–19. Frá og með öðru hefti féll efnisskipan í hefðbundinn farveg. Þriðja heftið var helgað metrakerfinu og nefndum tölum, það er tölum með mælieiningum og gjaldmiðli ýmiss konar. Í fjórða hefti var fjallað um deilanleika og frumtölur (prímtölur), og þaðan leitt yfir í aðgerðir með almennum brotum og síðan tugabrotum. Fimmta og sjötta hefti fjölluðu meðal annars um líkingar og logra svipað og *Reikningsbók* Eiríks Briem. Þrjú hefti voru kennd með því að setja upp hlutfallajöfnu, en það var nýmæli sem vakin var sérstök athygli á (Sigurbjörn Á. Gíslason, 1912, bls. 3). Allir æfingadæmabálkar hófust á hugarreikningi. *Reikningsbók* Ólafs Daníelssonar (1906), sem hafði síðar mikil áhrif, geymdi einnig æfingar til hugarreiknings í heilum tölum en þær komu á eftir öðrum æfingum og hurfu í síðari útgáfum bókarinnar.

Reikningsbók Sigurbjörns var ætluð til náms undir leiðsögn kennara. Formálinn nefnist: „Til kennara og kaupenda“ (Sigurbjörn Á. Gíslason, 1911a, bls. 3). Bókin fékk það orð á sig að hún væri dýr (Friðrik Hjartarson, 1916) en þá ber þess að gæta að hún var í sex heftum.

Reikningsbók handa börnum – Elías Bjarnason

Elías Bjarnason (1879–1970) ólst upp á Síðu í Vestur-Skaftafellssýslu og hlaut menntun sína í heimahúsum en móðir hans var prestsdóttir. Ungur fór hann á vertíð á Eyrarbakka þar sem kennarinn í barnaskólanum leyfði honum að fylgjast með kennslu í landlegum. Næsta vor, árið 1902, fór hann ekki í verið heldur stofnaði skóla á Síðu (Marteinn M. Skaftfells, 1945). Hann lauk kennaranámi árið 1909 er Kennaraskóli Íslands hafði verið stofnaður.

Formáli *Reikningsbókar handa börnum* eftir Elías nefnist „Hjálpaðu þér sjálfur!“ Þar sagðist höfundur vonast til að bókin yrði þeim börnum og unglíngum að liði sem reyndu að komast niður í frumatriðum reiknings á eigin spýtur. Hann teldi ekki haggfellt að benda börnum á margar og mismunandi aðferðir til að leysa sama verkefnið. Seinna, þegar festa væri fengin, mætti benda á ýmsar aðferðir ef menn teldu það eiga við. Bókin væri einnig ætluð foreldrum sem vildu reyna að leiðbeina börnum sínum. Að síðustu vonaðist hann til að bókin yrði nothæf sem kennslubók í skólum (Elías Bjarnason, 1927, bls. 3). Bókin var 131 bls. en síðara bindið 115 bls.

Röð markhópanna árið 1927 var þessi: Nemendur, foreldrar, kennarar. Sjálfsnámið var enn í fyrsta sæti. Kynslóð Elíasar Bjarnasonar var uppi á mörkum tveggja tíma, gamla bændaþjóðfélagsins og hins nýja bæjasamfélags. Á útgáfutíma bókarinnar sótti næstum helmingur 10–14 ára barna farskóla (Guðmundur Jónsson o.fl., 1997) þar sem gert var ráð fyrir töluverðu sjálfsnámi nemenda. Skólar að loknu skyldunámi við fermingaraldur voru fáir en það breyttist mjög fljótlega með lögum um héraðsskóla (Lög um héraðsskóla nr. 37/1929) og gagnfræðaskóla (Lög um gagnfræðaskóla nr. 48/1930).

Bókin var upphaflega í tveimur heftum en var gefin út í fjórum heftum hjá Ríkisútgáfu námsbóka árin 1939 til 1941. Efnid var hefðbundið: Reikniaðgerðirnar fjórar, fyrst í heilum tölum en síðan almenn brot, brotabrot og tugabrot, ásamt metrakerfinu. Vísan góða um sætiskerfið kom enn fyrir en nokkuð breytt (Elías Bjarnason, 1927, bls. 11; 1939, bls. 7). Athygli vekur að brotabrot komu á undan tugabrotum í seinna hefti fyrstu útgáfunnar, þótt brotabrot komi harla sjaldan fyrir í daglegu lífi og kennsla þeirra hafi einungis fræðilegan tilgang. Tugabrot voru þó kynnt stuttlega áður í tengslum við metrakerfið sem hafði verið í notkun um skeið. Þá kom hlutfallareikningur í formi þríliðu og að lokum flatarmál og rúmmál. Árið 1932 kom út heftið *Talnadæmi* með léttum æfingum, eingöngu með tölum, til undirbúnings sjálfri kennslubókinni.

Reikningsbók Elíasar Bjarnasonar verður ekki nefnd nema getið sé fyrirmyndar hennar, *Reikningsbókar* Ólafs Daníelssonar (1906, 1920). Í formála sagðist höfundur hafa: „reynt að komast hjá tilfinnanlegu ósamræmi við *Reikningsbók* Ólafs Daníelssonar sem nú mun mest notuð þegar barnaskólanámi er lokið“ (Elías Bjarnason, 1927, bls. 4). Enn fremur þakkaði Elías Ólafi ýmsar góðar ábendingar sem hefðu orðið bókinni til bóta. Segja má að bók Elíasar sé eins konar einfölduð útgáfa af bók Ólafs (Sigurbjörg Schiöth, 2008). Minnr það nokkuð á Magnús Stephensen sem nýtti sér kennslu meistara síns, prófessors Geuss, til að endurrita bók föður síns.

Reikningsbók Elíasar Bjarnasonar var endurskoðuð í útgáfunni árið 1939. Aukið var við inngang að deilingu og umfjöllun um almenn brot var skipt í tvennt. Samnefnd brot voru tekin fyrir í öðru hefti og ósamnefnd brot í þriðja hefti en að öðru leyti var efninu lítið breytt. Inngangur að tugabrotum varð fyrir mestum breytingum en yfirgnæfandi hluti texta og dæma var þó óbreyttur frá fyrri útgáfu. Bætt var við skyndi-prófum og ýmsum dæmum (Elías Bjarnason, 1927, 1929, 1939, 1940, 1941a, 1941b).

Kristján Sigtryggsson endursamdi *Reikningsbók Elíasar Bjarnasonar* á árunum 1963–1965. Var hún gefin út sem handrit í þremur heftum og síðan í lokaútgáfu sem var endurprentuð nokkrum sinnum fram til 1978 svo til óbreytt. Árið 1967¹ bættust við fimm bls. með skilgreiningum á mengjahugtökum aftast í bókaflöknum en ekki var fjallað nánar um þau og þau komu hvergi annars staðar við sögu. Vísan um sætiskerfin og reiknirit Evklíðs², til að finna stærstu styttingartölu brots, sem kenndar höfðu verið í bók Elíasar og í bókum allra fimm eldri höfundanna, hurfu í endursaminni gerð Kristjáns. Verð var uppfært; krónur komu í stað aura, enda hafði verðlag fjórtánfaldast á árabílinu 1927–1963, og bifreiðar óku hraðar. Dæmum um margföldun og deilingu var fjölgað og sums staðar aukið við skýringartexta eða honum breytt. Efnid var enn stokkað upp í erfiðustu atriðum námsefnisins, deilingu, tugabrotum og almennum brotum. Bókin var ætluð 4.–6. bekk barnaskóla en hlutfallareikningur, flatarmál hrings og rúmmál heyrðu nú til námsefni unglingsstigs samkvæmt *Námskrá fyrir nemendur á fræðsluskýldualdri* (Menntamálaráðuneytið, 1960) og hurfu úr bók Elíasar. Þess í stað var kominn stuttur kafli um jafnar tölur, sem nefndar voru sléttar tölur í prentun frá 1967, og oddatölur (Elías Bjarnason, 1963, 1964, 1965).

Meirihluti bókaflökksins, bæði texti og dæmi, var þó prentaður upp óbreyttur, jafnvel frá 1927, gjarnan eftir endurröðun. Enn voru kýr mjólkaðar (Elías Bjarnason, 1965, bls. 7), kindum slátrað (1965, bls. 20), kaffi keypt í 60 kg sekkjum (1940, bls. 47; 1963,

bls. 79), ull seld af sauðum (1927, bls. 45; 1965, bls. 7), og kaupamenn og kaupakonur voru ráðin um sláttinn upp á mishátt kaup. Munurinn fór þó minnkandi; fyrst 52 kr. og 35 kr. á viku, síðan 1300 kr. og 1075 kr. (1927, bls. 46; 1963, bls. 45). Í viðbæti við annað hefti (1964, bls. 125–127) var enn að finna skilgreiningar á gömlum mælieiningum og gjaldmiðli, svo sem þingmannaleið, alin, vætt, skippundi, hundraði á landsvísu og tengslum þess við álnir og fiska samkvæmt fornu tali, eins og verið hafði í bók Ólafs Stefánssonar (1785) en engin dæmi voru þó sett fram þar að lútandi.

Reikningsbók Elíasar Bjarnasonar var ætluð stálpuðum börnum og foreldrum. Þar var mikið fjallað um verð á vörum en boðskapar um meðferð fjármuna gætir lítt. Dæmi voru þó um kostnað við vindlinga sem taldir voru óþarfi (1939, bls. 31; 1963, bls. 31). Einkennandi fyrir bókina er að sýnt er hvernig best er að gera hlutina og hvað beri að varast en ekki skilið annað eftir handa lesandanum en að æfa sig á dæmum til að fá svör eins og í listum yfir svör sem gefnir voru út.

Reikningsbækur Sigurbjörns Á. Gíslasonar og Elíasar Bjarnasonar voru báðar löggiltar sem kennslubækur í námskrá fyrir barnaskóla árið 1929 ásamt *Reikningsbók handa alþýðuskólum* eftir Steingrím Arason (Helgi Elíasson, 1944). Bækur Steingríms og Elíasar voru síðan valdar til dreifingar hjá Ríkisútgáfu námsbóka árið 1939 en bók Elíasar var ein endurútgefin. Upphaflega var gert ráð fyrir vali um kennslubækur. Stöðug verðbólga og fjárskortur Ríkisútgáfunnar kom í veg fyrir að svo yrði nema fyrstu árin. Engum var fært að keppa við ókeypis dreifingu Ríkisútgáfunnar. Opinber útgjöld til menntamála fóru að mestu til skólabygginga langt fram eftir 20. öld og önnur viðfangsefni skólalahalds nutu lítillar athygli eða a.m.k. fjármuna. Landið var einangrað sökum gjaldeyrishafta og ef til vill var ekki fylgst vel með erlendri þróun. Ekki var fitjað upp á nýju námsefni í reikningi fyrir 10–12 ára gömul börn fyrr en árið 1969.

UMRÆÐA

Notkun kennslubókanna sex spannar tveggja alda tímabil, 1780–1980. Allar fjalla þær um undirstöðuatriði reiknings með indó-arabískum tölum. Margt er líkt með sniði bókanna og ætlan höfunda en einnig ólíkt. Hér á eftir verður dregið á helstu atriði.

Rætur kennslubókanna

Allar kennslubækurnar lutu evrópsku reikningsbókahefðinni. Van Egmond (1980, bls. 21–26) setti fram ítarlegan lista yfir algengt innihald *libri di abbaco*. Samanburður á efni íslensku kennslubókanna við stytta útgáfu listans er sýndur í töflu. Auk eftirtalinna atriða taldi Van Egmond fram þrautir til dægrastyttingar í þrettán liðum. Þær eru sjaldséðar í íslensku bókunum og verða ekki taldar hér.

Tafla. Efni kennslubókanna sex í samanburði við efni *libri d'abbaco*

	Ó.O.	Ó.S.	J.G.	E.B.	S.G.	E.Bj.
1. Reikningur						
Talnaritunin, reikniaðgerðirnar fjórar fyrir heilar tölur, nefndar tölur og brot	X	X	X	X	X	X
Töflur yfir reikniaðgerðir, mælieiningar og gjaldmiðla, ferningstölur	X	X	X	X	X	X
2. Verslunardæmi						
Reiknað verð og magn vöru, venjulega með þríliðu	X	X	X	X	X	X
Breytingar milli gjaldmiðla og mælieininga	X	X	X	X	X	X
Vöruskipti			X	X		
Skiptireikningur – hagnaði og tapi skipt eftir eignarhlutum, félagsregla		X	X	X	X	
Vextir og afslættir reiknaðir í prósentum	X	X	X	X	X	
Jöfnun greiðslna – röð lána sameinuð til endurgreiðslu í einu lagi					X	
Blöndunarreikningur		X		X	X	
3. Rúmfræðidæmi						
Flatarmál, rúmmál o.fl.				X	X	X
4. Aðferðir						
Þríliða (gullna reglan)	X	X	X	X	X	X
Falsregla, tvöföld falsregla		X				
Algebra, óþekktar stærðir og jöfnur		X		X	X	
5. Ýmislegt						
Talnafræði, tímatal o.fl.	X	X	X	X	X	X

Undirstaða allra bókanna er að sjálfsögðu reikniaðgerðirnar fjórar. Röð þeirra segir sig að nokkru leyti sjálf vegna innbyrðis skyldleika aðgerðanna. Hlutfallareikningur í formi þríliðu var einnig efni allra bókanna. Bækurnar ná yfir mismikið efni. *Reikningsbók* Elíasar Bjarnasonar var hvorki byrjendabók né ætluð fullorðnum og hún er því takmarkaðri en hinar. *Reikningsbók* Sigurbjörns Á. Gíslasonar í sex heftum er yfirgripsmest og nær yfir allt algengt efni í *libri di abbaco*. Útfærsla hvers efnisþáttar gat þó verið ólík. Ólafur Olavíus talaði til dæmis um leigu af fé sem túlka má sem vexti en hann nefndi ekki samsetta vexti. Sigurbjörn setti þríliðu fram sem hlutfallajöfnu.

Nokkuð hafði bæst við efni íslensku bókanna frá ítölsku bókunum sem ritaðar voru í lok miðalda. Tugabrot voru nýmæli. Allir höfundar nema Ólafur Olavíus kenndu um tugabrot og settu þau fram á grundvelli almennra brota. Eiríki Briem, Sigurbirni Á.

Gíslasyni og Elíasi Bjarnasyni var þó ljóst að tugabrot væru auðveldari viðureignar en almenn brot. Eiríkur Briem (1880, bls. 4) mælti með því að byrja á tugabrotum jafnskjótt og búin væri ein blaðsíða af almennum brotum. Brotareikningur væri heldur ekki nauðsynlegur til að skilja þriliðu. Elías Bjarnason (1927, bls. 3) tengdi tugabrotskommuna við metrakerfið sem var kynnt samkvæmt hefð með nefndum tölum á undan brotareikningi. Lograreikningur var einnig nýmæli í bókum þeirra Eiríks og Sigurbjörns.

Viðfangsefni kennslubókanna voru að mestu kaup og sala, magn vöru, vegalengdir og þess háttar. Fólk keypti sykur, mjöl, bækur, pappír, kaffi, brennivín, landspildur eða hlut í bát. Olía þurfti að endast á lampa, girðingu mátti fullgera á tilteknum tíma, skipta þurfti arfi, hagnaði og tapi, maður gekk tiltekna vegalengd á dag o.s.frv. Þótt samfélagið breyttist var gert ráð fyrir að unglíngarnir ættu eftir að fást við svipuð viðfangsefni. Þeir þurftu að átta sig á hvað hlutirnir kostuðu og hvort birgðir entust.

Höfundar bókanna

Höfundar allra bókanna voru ungir eldhugar sem vildu fræða landsmenn á sviði sem þeir töldu að gæti orðið landi og lýð að gagni. Magnús Stephensen var aðeins 22 ára þegar hann tók sér fyrir hendur að umrita bók föður síns sem hafði samið hana 27 ára. Eiríkur Briem var 23 ára þegar hann gaf út fullbúna kennslubók. Elías Bjarnason var 23 ára þegar hann stofnaði skóla. Ólafur Olavíus var um þrítugt þegar hann stofnaði prentsmiðju í Hrappsey. Jón Guðmundsson og Sigurbjörn Á. Gíslason voru liðlega þrítugir er þeir gáfu út bækur sínar.

Bakgrunnur höfundanna var eigi að síður ólíkur. Ólafarnir tveir og Magnús á 18. öld nutu háskólanáms í Kaupmannahöfn og bækur þeirra voru undir beinum áhrifum af dönskum og þýskum bókum. Nítjándu aldar mennirnir Jón Guðmundsson og Eiríkur Briem luku stúdentsprófi frá Lærða skólanum en komust fyrst utan til Kaupmannahafnar eftir að þeir höfðu gefið út bækur sínar. Sigurbjörn lauk guðfræðinámi í Reykjavík en fór einungis utan í námsferðir. Elías sker sig úr þessum hópi að því leyti að menntun hans var með sama sniði og allrar alþýðu, heimanám á ábyrgð forráðamanna. Hann aflaði sér sjálfur frekari menntunar, fyrst fullorðinn maður í barnaskóla og síðar kennaramenntunar sem hann lauk á einum vetri.

Útbreiðsla og markhópar

Fyrstu þrjár bækurnar virðast hafa verið gefnar út á kostnað manna sem aðhylltust upplýsinguna. Ólafur Olavíus þakkaði Schach-Rathlau greifa í formála. Ólafur Stefánsson ávarpaði stjórn konungsverslunarinnar. Heimild bendir til þess að bókin hafi verið gefin skólapiltum. Hvort tveggja bendir til þess að útgáfunar hafi verið kostaðar af erlendum aðilum. Ólafur M. Stephensen gaf út *Reikningslist* Jóns Guðmundssonar á sinn kostnað, segir á titilblaði bókarinnar. Þessar þrjár bækur virðast því beinlínis styrktar og gefnar út af hugsjónum um að lyfta menntunarstigi landsmanna, sér í lagi uppvaðandi kynslóðar; að veita henni forsendur til að takast á við nám, störf og þátttöku í þjóðfélaginu (sbr. Niss, 1996). Allar voru þær ætlaðar og nýttar til sjálfsnáms.

Átjándu aldar bækurnar tvær lifðu lengi með landsmönnum enda gefnar út í stóru upplagi, a.m.k. bók Olavíusar. Rannsókn á bókaeign í Austur-Húnavatnssýslu á árunum 1800–1830 leiddi í ljós þrjú eintök af *Greinilegri vegleiðslu* og sjö af *Stutttri undirvísun* í dánar- og skiptabúum. Aðeins guðsorðabækur voru taldar í húsvitjunarbókum presta (Sólrun B. Jensdóttir, 1969). Lausleg áætlun gæti bent til þess að alls hafi verið um þrettán eintök af þessum reikningsbókum í héraðinu og um 400 á landinu öllu af bókunum sem voru þá orðnar 15–50 ára gamlar. Hafi fimm manns gluggað í hverja þeirra eru það 2000 manns, sem er ekki svo lítið. Lítið er vitað um útbreiðslu *Reikningslistar* Jóns Guðmundssonar en sé lítið til þess að hún var eina reikningsbókin á íslensku af umtalsverðri stærð í nærri þrjá áratugi, en almenningskólar engir, má gera ráð fyrir að hún hafi notið nokkurrar athygli.

Yngri bækurnar þrjár voru gefnar út í samvinnu við útgefendur – prentara, prentsmiðju og bókaverslanir – og voru allar endurútgefnar margsinis. Um þær mundir er *Reikningsbók* Eiríks Briem kom fyrst út voru að koma fram sjálfsprottir skólar, sér í lagi í sjávarplássum (Loftur Guttormsson, 2008). Mætti ætla að kennurum og aðstandendum skólanna hafi þótt gagn að reikningsbók við höndina. Bók Eiríks var kennd í Reykjavíkurskóla 1875–1883 (Lærði skólinn, 1847–) og í Möðruvallaskóla 1880–1905 (Gagnfræðaskólinn á Möðruvöllum, 1881–1905). Bækur Sigurbjörns Á. Gíslasonar og Elíasar Bjarnasonar urðu löggiltar kennslubækur í barnaskólum og öðluðust því tryggan markað. Eiríkur og Elías tóku fram í formálum að bókin væri ætluð ungmennum til sjálfsnáms en Sigurbjörn stílaði bók sína til kennara, að minnsta kosti fyrsta heftið. Bók Elíasar var að lokum valin til útgáfu hjá Ríkisútgáfu námsbóka sem tryggði henni fastan sess í menntun landsmanna í hartnær hálfu öld.

Markmið höfundanna og félagsleg gildi

Ólafur Olavíus og feðgarnir Ólafur og Magnús Stephensen voru kunnir frömuðir upplýsingarstefnunnar. Jón Guðmundsson má einnig telja til áhængenda hennar og Eiríkur Briem varð ungur fyrir áhrifum af skrifum Ólafs Stephensen. Allir sýna í verki anda upplýsingarinnar, að þeir telji að menntun geti bætt hag lands og þjóðar; stuðlað að efnahagslegri þróun samfélagsins.

Skólar og kennslubækur voru í uppgangi í Evrópu á 18. öld. Í flestum löndum voru heiti af latneskri rót, *addition*, *subtraktion*, *multiplikation* og *division*, notuð um reikni- aðgerðirnar fjórar, til dæmis í Danmörku og Þýskalandi. Nokkrar reikningsbækur á íslensku eru til í handritum frá öndverðri 18. öld. Erlendu heitin eru notuð í handriti frá 1716 (Lbs. 1694, 8vo) en síðar bregður þeim aðeins fyrir til skýringar. Bækurnar *Greinileg vegleiðsla* frá 1780 og *Stutt undirvísun* frá 1785 eru komnar með heitin samlagning, margföldun og deiling. Frádráttur var nefndur „frádragning“ fram að *Reikningsbók* Eiríks Briem. Heitin teljari, nefnari og önnur heiti, sem tengjast brotum, voru þýdd á íslensku og slípuðust smám saman í átt að nútímamáli. Allir höfundarnir vönduðu mál sitt og markmið þeirra virðist hafa verið að stuðla að því að hugsa mætti um stærðfræði á íslensku. Jón Guðmundsson (1841, formáli) sagði: „Málið og orðfærið er hvergi nærri svo hreint og gott sem eg vildi.“ Þeir elstu höfundarnir nefndu í inngangsorðum sínum að þeir hefðu lagt sig fram um að rita bækur sínar á hreinni íslensku en hinir yngri virðast hafa talið það sjálfsagt.

Áberandi er að höfundar 19. aldar bókanna vildu kenna lesendum sínum, ungu fólki sem var að leggja af stað út í lífið, hagsýni og skynsamlega meðferð fjármuna. Mætti telja það til hinna siðrænu gilda sem Grosse (1901) taldi siðbótarmenn hafa viljað miðla með reikningskennslu. Átjándu og nítjándu aldar höfundarnir miðuðu námsefni sitt við hefðbundið bændaþjóðfélag, og Elías Bjarnason og Sigurbjörn Á. Gíslason að nokkru leyti. Bæði Jón og Eiríkur lýstu viðfangsefnum bændasamfélagsins í bókum sínum. Menn áttu að búa sem mest að sínu, forðast innfluttar vörur en stunda jarðabætur. Bóndinn lagði inn fisk, ull, kjöt og tólg en keypti mjól, baunir, kaffi, léreft og ef til vill brennivín. Fólk heyjaði handa sauðfé og nautgripum, laun vinnufólks voru reiknuð í smjöri og fæði þeirra í fiski en að lokum voru launin greidd í lambsfóðri og fatnaði. Nemendur áttu að reikna jafngildi þeirra í ríkisdöllum en raunverulegir peningar voru sjaldséðir.

Dæmin í bók Elíasar Bjarnasonar endurspeglar mörg hver sveitabúskap þótt daglegt líf í bæjum megi einnig greina. Halda mætti fram að bók Elíasar hafi fremur stuðlað að því að viðhalda gamla bændasamfélaginu á 20. öld en að félagslegri þróun þjóðfélagsins samkvæmt kenningum Niss (1996). Hið sama má segja um *Reikningslist* Jóns Guðmundssonar á 19. öld þar sem tilhneigingar gætir til að vara lesandann við hættum bæjalífsins.

Hugmyndir um nám og kennslu og menntastefnur

Höfundarnir voru sammála um að nauðsynlegt væri að byrja á byrjuninni (Jón Guðmundsson, 1841, bls. 1–3), yfirhöfuð að tala væri nauðsynlegt til að geta skilið hvern kafla að hafa farið yfir allt sem á undan var gengið (Eiríkur Briem, 1880, bls. iv); ekki þýddi að grípa hér og þar niður í bókina en lesa ekki neitt samanhangandi með athygli (Ólafur Stefánsson, 1785, Til lesarans); undirstaðan yrði að vera örugg, ekki mætti hlaupa yfir kafla, undirstöðuatriðin yrði að kenna hægt og rólega (Sigurbjörn Á. Gíslason, 1911a, bls. 3–4) og svo lengi skyldi dvalið við hvern kafla að nemendur hefðu yfirleitt fengið örugga festu í öllum aðalatriðum (Elías Bjarnason, 1927, bls. 4).

Nokkuð ólíkra viðhorfa gætir annars til náms. Ólafur Olavíus (1780, bls. xxiii) var hrifinn af talnabrögðum og taldi að hægra væri að verða viss um svar ef brugðið væri á annað ráð, auk þess sem menn vissu þá meira um eiginleika talnanna. Hins vegar ráðlagði hann ekki börnum og unglingum að stunda talnabrögð í fyrstu. Jänicke (1888) taldi von Clausberg, fyrirmynd Ólafs Olavíusar, hafa ritað bók sína í anda Comeniusar og frá honum má líklega rekja áhuga á talnaskilningi.

Fá bein merki sjást þess að höfundarnir hafi tileinkað sér menntastefnur sem ræddar voru í Evrópu. Almenningskólar voru engir á Íslandi í upphafi 19. aldar og engar kennslubækur voru þá gefnar út. Áhrifa Pestalozzis gætti því ekki strax á Íslandi þótt Danir hafi sótt snemma í smiðju hans. Eiríkur mun hafa orðið fyrir áhrifum frá Spencer sem aftur rakti kenningar sínar til Pestalozzis þótt þær hafi breyst í meðförum Spencers.

Á tímum Sigurbjörns Á. Gíslasonar voru komin lög um fræðslu barna þar sem gert var ráð fyrir skólahlaldi (Lög um fræðslu barna nr. 59/1907). Geta má sér til að Sigurbjörn hafi kynnst danskri skólustefnu í upphafi 20. aldar, en hann dvaldi á Norðurlöndunum í fjórtán mánuði árin 1900–1901. Þá hafði kenningum Pestalozzis og áherslu á skilning vaxið fylgi í Danmörku. Sigurbjörn lagði mikla áherslu á hugar-

reikning og fylgdi honum eftir með æfingum allt fram í sjötta hefti en hugarreikningur var snar þáttur í stefnu Pestalozzis. Elías Bjarnason (1927, bls. 3) taldi ekki hagfellt að benda börnum á mjög margar og mismunandi aðferðir til að leysa sama verkefnið. Þær skoðanir voru uppi í Danmörku um það leyti sem bók Elíasar kom fyrst út að nauðsynlegt væri að tryggja leikni í reikningi.

Allir höfundarnir kynntu reiknirit Evklíðs til að finna stærstu styttingartölu brots en enginn þeirra reyndi að skýra hana; þeir kenndu einungis aðferðina. Allir höfundarnir kynntu aðferð án skýringar til að finna minnsta samnefnara en Sigurbjörn Á. Gíslason sker sig þar úr. Hann kynnti einnig aðra aðferð, byggða á frumþáttun, sem felur í sér skýringu. Sigurbjörn beitti einnig frumþáttun til að rökstyðja með dæmum hvaða almenn brot geta orðið endanleg tugabrot og hver ekki. Jón Guðmundsson (1841, bls. 2) sagði að töflur þyrfti að kunna viðstöðulaust en Sigurbjörn Á. Gíslason (1911a, bls. 3) varaði við þululærdómi. Bók Sigurbjörns sker sig einnig úr að því leyti að hún er stíluð til kennarans.

LOKAORÐ

Sé litid yfir reikningsbækur tveggja alda virðast þær furðu líkar að uppbyggingu og efni. Reikniaðgerðirnar fjórar eru teknar fyrir hver á eftir annarri í heilum tölum, nefndum tölum og brotum samkvæmt evrópskri hefð reikningsbóka nema í fyrsta hefti bókar Sigurbjörns Á. Gíslasonar fyrir ung börn. Viðfangsefnið eru að miklu leyti kaup og sala, gjaldmiðill, mál og vog, enda voru gjaldmiðils- og mælieiningar hvers konar afar flóknar fyrir tíma krónunnar og metrakerfisins.

Markhópurinn, ungt fólk sem er að koma undir sig fótunum og fá arð af vinnu sinni, breyttist ekki fyrr en á 20. öld enda komu fræðslulög um almenningsskóla fyrst fram árið 1907 (Lög um fræðslu barna nr. 59/1907). Ólafur Olavíus, Stephensenfeðgarnir Ólafur og Magnús, Jón Guðmundsson og Eiríkur Briem miðuðu umræðu sína við bændaþjóðfélagið og sér í lagi Jón virðist hafa haft ímugust á þéttbýli og því sem þaðan kom. Sigurbjörn Á. Gíslason, Elías Bjarnason og jafnvel Eiríkur Briem virtust á leið inn í þéttbýli en innkaup voru jafnvel til heils árs, miðuð við búskap ólíkan því sem tíðkaðist í bæjum á áttunda áratug 20. aldar er bók Elíasar var enn á markaðnum. Þar sem greina má gildismat höfunda héldu þeir fram gömlum gildum bændasamfélagsins: hagsýni og forsjálni, varhug við eyðslu umfram efni. Són í innfluttar munaðarvörur bar að varast, búa skyldi að sínu og nýta það sem best.

Meginmarkmið allra höfundanna sýnist hafa verið að bæta menntun Íslendinga, jafnvel lyfta vanþróuðu samfélagi upp úr eymdinni; veita ungu fólki forsendur til að takast á við nám og störf í samfélaginu og stuðla að félagslegri, tæknilegri og efnahagslegri þróun þess, sagt með orðum Niss (1996). Ólafur Olavíus fékk þó bág fyrir að orða skipanina á ólandinu. Höfundar bókanna hafa vart getað vænst mikils arðs af verkum sínum þótt seinni höfundarnir þrír hafi haft af þeim nokkrar tekjur. Þrjár bókanna urðu löggiltar kennslubækur, þeirra Ólafs Stefánssonar, Sigurbjörns Á. Gíslasonar um skeið og Elíasar Bjarnasonar um langa hríð. Þær hlutu því meiri útbreiðslu en ella og urðu viðmið um undirstöðunám í reikningi.

Sigurbjörn Á. Gíslason og Ólafur Olavíus voru síður bundnir við fastmótaðar aðferðir en hinir höfundarnir. Nálganir Ólafs Olavíusar síðla á 18. öld og Sigurbjörns í upphafi 20. aldar benda til þess að þeir hafi, beint eða óbeint, orðið fyrir áhrifum af menntakenningum Comeniusar og Pestalozzis. Bækur þeirra viku fyrir öðrum bókum þar sem meiri áhersla var á að kenna aðferðir. Umhugsunarvert er hvort bækur Olavíusar og Sigurbjörns hefðu mótað viðhorf fólks til stærðfræðináms á annan hátt en varð, hefðu þær öðlast meiri útbreiðslu.

ATHUGASEMDIR

- 1 Prentunin 1967 er ekki nefnd sem sérstök prentun í Gegni og í eintakinu stendur 1965 en ártalið 1967 er handskráð með blýanti í eintak Íslandssafns Landsbókasafns Íslands – Háskólabókasafns.
- 2 Reikniritið dregur nafn sitt af Evklíð, stærðfræðingi og kennslubókarhöfundum sem var uppi um 300 f.Kr.

HEIMILDIR

- Árni Helgason. (1907–1915). Frásagnir um skólalíf á Íslandi um aldamót 18. og 19. aldar: Skólahættir í Skálholti og í Reykjavíkurskóla hinum forna. Í *Safn til sögu Íslands og íslenskra bókmennta að fornu og nýju, IV* (bls. 74–88). Kaupmannahöfn: Hið íslenska bókmenntafélag.
- Bullynck, M. (2008). The transmission of numeracy: Integrating reckoning in Protestant North-German elementary education (1770–1810). *Paedagogica Historica*, 44(5), 568–585.
- Clausberg, C. v. (1732). *Demonstrative Rechenkunst*. Leipzig: Breitkopf.
- Cohen, P. C. (2003). Numeracy in nineteenth-century America. Í G. M. Stanic og J. Kilpatrick (ritstjórar), *A history of school mathematics*, (1. bindi, bls. 43–76). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Einar Laxness. (1960). *Jón Guðmundsson alþingismaður og ritstjóri: Þættir úr ævisögu*. Reykjavík: Ísafoldarprentsmiðja.
- Eiríkur Briem. (1869). *Reikningsbók*. Reykjavík: Einar Þórðarson og höfundur.
- Eiríkur Briem. (1880). *Reikningsbók, síðari partur*. Reykjavík: Einar Þórðarson og höfundur.
- Eiríkur Briem. (1905). *Reikningsbók, annar partur (4. prentun)*. Reykjavík: Ísafoldarprentsmiðja.
- Elías Bjarnason. (1927). *Reikningsbók handa börnum, fyrri hluti*. Reykjavík: Bókaverslun Guðm. Gamalielssonar.
- Elías Bjarnason. (1929). *Reikningsbók handa börnum, síðari hluti*. Reykjavík: Bókaverslun Guðm. Gamalielssonar.
- Elías Bjarnason. (1939). *Reikningsbók Elíasar Bjarnasonar, 1. hefti*. Reykjavík: Ríkisútgáfa námsbóka.

- Elías Bjarnason. (1940). *Reikningsbók Elíasar Bjarnasonar, 2. hefti*. Reykjavík: Ríkisútgáfa námsbóka.
- Elías Bjarnason. (1941a). *Reikningsbók Elíasar Bjarnasonar, 3. hefti*. Reykjavík: Ríkisútgáfa námsbóka.
- Elías Bjarnason. (1941b). *Reikningsbók Elíasar Bjarnasonar, 4. hefti*. Reykjavík: Ríkisútgáfa námsbóka.
- Elías Bjarnason. (1963). *Reikningsbók Elíasar Bjarnasonar, 1. hefti*. Kristján Sigtryggsson endursamdi. Reykjavík: Ríkisútgáfa námsbóka.
- Elías Bjarnason. (1964). *Reikningsbók Elíasar Bjarnasonar, 2. hefti*. Kristján Sigtryggsson endursamdi. Reykjavík: Ríkisútgáfa námsbóka.
- Elías Bjarnason. (1965). *Reikningsbók Elíasar Bjarnasonar, 3. hefti*. Kristján Sigtryggsson endursamdi. Reykjavík: Ríkisútgáfa námsbóka.
- Euler, L. (1738). *Einleitung zur Rechenkunst zum Gebrauch des Gymnasii bey der Kayserlichen Academie der Wissenschaften in St. Petersburg*. St. Petersburg. Sótt 17. janúar 2013 af <http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/~sieben/euler/Rechenkunst.ocr.pdf>
- Friðrik Hjartarson. (1916). Um kenslubækur o.fl. *Skólablaðið*, 10(10), 151–155.
- Gagnfræðaskólinn á Möðruvöllum. (1881–1905). *Skýrsla um Gagnfræðaskólann á Möðruvöllum 1880–1905*. Akureyri: Gagnfræðaskólinn á Möðruvöllum.
- Grosse, H. (1901). *Historische Rechenbücher des 16. und 17. Jahrhunderts und die Entwicklung ihrer Grundgedanken bis zur Neuzeit: Ein Beitrag zur Geschichte der Methodik des Rechenunterrichts mit 5 Titelabbildungen*. Leipzig: Dürr.
- Guðmundur G. Bárðarson. (1931). Síra Eiríkur Briem prófessor. *Andvari*, 56, 3–47.
- Guðmundur Jónsson, Magnús S. Magnússon og Hallgrímur Snorrason (ritstjórar). (1997). *Hagskinna: Sögulegar hagtölur um Ísland*. Reykjavík: Hagstofa Íslands.
- Hansen, H. C. (2009). From descriptive history to interpretation and explanation – a wave model for the development of mathematics education in Denmark. Í Kristín Bjarnadóttir, F. Furinghetti og G. Schubring (ritstjórar), “*Dig where you stand*”: *Proceedings of the conference “On-going research in the history of mathematics education”, June 20–24, 2009, at Fjölbautaskólinn í Garðabæ, Garðabær, Iceland* (bls. 65–78). Reykjavík: Háskóli Íslands, Menntavísindasvið.
- Hatton, E. (1746). *Lijted Agrip Vmm þær Fiorar Species I Reiknings Konstenne*. Þýdd af Halldóri Brynjólfssyni. Hólum.
- Helgi Elíasson (ritstjóri). (1944). Námsskrá fyrir barnaskóla, 21. ágúst 1929. Í *Lög og reglur um skóla- og menningarmál á Íslandi sem í gildi eru í marzlok 1944* (bls. 26–32). Reykjavík: Fræðslumálastjórn.
- Ingi Sigurðsson. (2010). The Icelandic Enlightenment as an extended phenomenon. *Scandinavian Journal of History*, 35(4), 371–390.
- ÍB 217, 4to. (1721/1750). *Arithmetica – Það er reikningslist*. Handrit án höfundar. Landsbókasafn Íslands – Háskólabókasafn, handritadeild.
- Jänicke, E. (1888). *Geschichte der Methodik des Rechenunterrichts*. Í C. Kehr (ritstjóri), *Geschichte der Methodik des deutschen Volksschulunterrichtes* (2. útgáfa, 3. bindi, bls. 1–180). Gotha: Thienemann.

- Jón Guðmundsson. (1841). *Reikningslist, einkum handa leikmönnum*. Viðeyjarklaustur: O. M. Stephensen. Vistuð á <http://baekur.is/bok/000207341/>
- Jón Jónsson (Johnsonius). (1782). *Vasa-qver fyrir bændur og einfalldlínga á Íslandi: Eðr ein auðvella reiknings-list*. Kaupmannahöfn.
- Jón Jónsson. (1842). *Skírsla um Bessastaða-Skóla fyrir skóla-árið 1841–1842*. Prentuð sem viðauki við *Boðsrit*. Viðeyjarklaustur: Bessastaða Skóli.
- Kristín Bjarnadóttir. (2007). Greinileg vegleiðsla til talnalistarinnar: Kennslubók í stærðfræði frá 1780. *Vefnir, vefrit Félags um átjándu aldar fræði*. Sótt 24. nóvember 2012 af <http://vefnir.is/grein.php?id=749>
- Kristín Bjarnadóttir. (2010). Hvað er þríliða? *Netla – Veftímarit um uppeldi og menntun*. Sótt 11. desember 2012 af <http://hdl.handle.net/1946/13972>
- Lbs. 408, 8vo. *Professor J. M. Geuss Collegium, over Arithmetiken, holdet Anno C.N. 1781 & 1782*. Handrit. Landsbókasafn Íslands – Háskólabókasafn, handritadeild.
- Lbs. 409, 8vo. *Stutt Undervisan unmm Arithmetica Vulgarem eða Almenneliga Reikningslist*. Handrit án höfundar. Landsbókasafn Íslands – Háskólabókasafn, handritadeild.
- Lbs. 1694, 8vo. *Arithmetica Islandica*. Handrit án höfundar. Landsbókasafn Íslands – Háskólabókasafn, handritadeild.
- Loftur Guttormsson. (2008). Sjálfsprottinn skólar. Í Loftur Guttormsson (ritstjóri), *Almenningsfræðsla á Íslandi 1880–2007*. Fyrri bindi: *Skólalald í bæ og sveit 1880–1945* (bls. 173–177). Reykjavík: Háskólaútgáfan.
- Lærði skólinn. (1847–). *Skólaskýrsla fyrir Reykjavíkur lærða Skóla ...* Reykjavík: Lærði skólinn.
- Lög um fræðslu barna nr. 59/1907.
- Lög um gagnfræðaskóla nr. 48/1930.
- Lög um héraðsskóla nr. 37/1929.
- Lög um uppfræðing barna í skript og reikningi nr. 2/1880.
- Magnús Stephensen. (1888). *Autobiographia Drs. Magnúsar Stephensens (Brot)*. *Tímarit hins íslenska bókmenntafélags*, 9, 197–268.
- Marteinn M. Skaftfells. (1945). Elías Bjarnason yfirkennari lætur af starfi. *Menntamál*, 18(7), 177–183.
- Menntamálaráðuneytið. (1960). *Námsskrá fyrir nemendur á fræðsluskilyldualdri*. Reykjavík: Höfundur.
- Myhre, R. (2001). *Stefnur og straumar í uppeldissögu*. Reykjavík: Rannsóknarstofnun Kennaraháskóla Íslands.
- Niss, M. (1996). Goals of mathematics teaching. Í A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick og C. Laborde (ritstjórar), *International handbook of mathematics education* (1. bindi, bls. 11–47). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Ólafur Daníelsson. (1906). *Reikningsbók*. Reykjavík: Sigurður Kristjánsson.
- Ólafur Daníelsson. (1920). *Reikningsbók*. Reykjavík: Arinbjörn Sveinbjarnarson.
- Ólafur Þ. Kristjánsson (ritstjóri). (1958–1965). *Kennaratal á Íslandi* (Tvö bindi). Reykjavík: Oddi.
- Ólafur Ólafsson Olavíus. (1780). *Greinilig Vegleiðsla til Talnalistarinnar með fiórum hefudgreinum hennar og þriggja lida Reglu skipud eptir Landsvísu og Kauplögum Íslendínga*. Kaupmannahöfn. Vistuð á <http://baekur.is/is/bok/000302066/>

- Ólafur Stefánsson. (1785). *Stutt Undirvísun í Reikningslistinni og Algebra. Samantekin og útgefin handa Skóla-lærisveinum og øðrum ynglingum á Íslandi*. Kaupmannahöfn: Höfundur. Vistuð á <http://baekur.is/is/bok/000302457/>
- Páll Eggert Ólason. (1948–1976). *Íslenzkar æviskrár frá landnámstímum til ársloka 1940* (Sex bindi). Reykjavík: Hið íslenska bókmenntafélag.
- Reskript til Stiftsbefalingsmand Levezow og Biskopperne Hannes Finnsson og Arni Thorarensen, ang. Indførelse i Skolerne af Stephensens Lærebog i Regning. Christiansborg 10. Februar 1786. (1855). Í *Lovsamling for Island, 5, 1784–1791* (bls. 244). Kaupmannahöfn.
- Sigurbjörg K. Schiöth. (2008). *Námsefnisgerð í stærðfræði á síðustu öld: Áhrifavaldar á þróun og viðhorf*. B.Ed.-verkefni: Háskóli Íslands. Sótt 17. nóvember 2012 af <http://hdl.handle.net/1946/2027>
- Sigurbjörn Á. Gíslason. (1911a). *Reikningsbók, I. hefti*. Reykjavík: Bókaverslun Sigfúsar Eymundssonar.
- Sigurbjörn Á. Gíslason. (1911b). *Reikningsbók, IV. hefti*. Reykjavík: Bókaverslun Sigfúsar Eymundssonar.
- Sigurbjörn Á. Gíslason. (1912). *Reikningsbók, V. hefti*. Reykjavík: Bókaverslun Sigfúsar Eymundssonar.
- Sigurður Br. Sivertsen. (1841). *Stuttur leidarvísir í Reiknings-list handa bændafólki*. Viðeyjarklaustur.
- Silber, K. (1976). *Pestalozzi: The man and his work* (4. útgáfa). London: Routledge & Kegan Paul.
- Sólrún B. Jensdóttir. (1969). Bókæign Austur-Húnavetninga 1800–1830. *Árbók Landsbókasafns Íslands, 25*, 142–166.
- Spencer, H. (1884). *Um uppeldi barna og unglunga*. (Formáli eftir Eirík Briem). Reykjavík: Ísafoldarprentsmiðja.
- Van Egmond, W. (1980). *Practical mathematics in the Italian Renaissance: A catalog of Italian abacus manuscripts and printed books to 1600*. Flórens: Istituto e Museo di Storia della Scienza.

Greinin barst tímaritinu 31. ágúst 2012 og var samþykkt til birtingar 24. janúar 2013

UM HÖFUNDINN

Kristín Bjarnadóttir (krisbj@hi.is) er dósent við Menntavísindasvið Háskóla Íslands. Hún lauk M.Sc.-prófi í stærðfræði frá Oregonháskóla í Eugene í Bandaríkjunum og Ph.D.-prófi frá Háskólanum í Hróarskeldu. Kristín hefur kennt stærðfræði, eðlisfræði og stærðfræðimenntun á grunnskóla-, framhaldsskóla- og háskólastigi og ritað kennslubækur í stærðfræði. Hún stundar rannsóknir á sviði sögu stærðfræðimenntunar.

Arithmetic textbooks of two centuries: Goals, target groups and traditional values

ABSTRACT

This article recounts a survey of six arithmetic textbooks, written in Icelandic and published in the eighteenth, nineteenth and early twentieth century, their goals, target groups, relations to each other and to European cultural currents, and the values they represent. All of them adhere to the European arithmetic tradition of the Late Middle Ages in their introduction of Indo-Arabic numerals and arithmetic methods.

The two eighteenth century textbooks were the first substantial arithmetic textbooks printed in Icelandic. They were offshoots of the Enlightenment movement, deliberately published in order to raise the educational standards of Icelanders in the field of arithmetic. Their authors, Ólafur Olavius (1780) and Ólafur Stephensen and Magnús Stephensen (Ólafur Stefánsson, 1785), were educated in Copenhagen, in direct contact with the cultural currents of Northern Europe of their time; the German-Danish Enlightenment movement, based on Evangelic-Lutheran protestant heritage. While Olavius is concerned with presenting a variety of methods to solve arithmetic problems under indirect influence from Comenius, the Stephensens present strictly academic content, drawn directly from an introductory course at the University of Copenhagen.

The two nineteenth century authors, Jón Guðmundsson (1841) and Eiríkur Briem (1869; 1880), were educated in Iceland only, under the influence of the champions of the Icelandic Enlightenment movement. Both of them introduced to their fellow countrymen the art of arithmetic in a rule-based way, but in the spirit of self-instruction. They made deliberate efforts to teach young people economical allocation of their resources and avoidance of squandering their income on imported luxuries.

The twentieth century authors, Sigurbjörn Á. Gíslason (1911a; 1911b; 1912) and Elías Bjarnason (1927; 1929; 1939; 1940; 1941a; 1941b; 1963; 1964; 1965), lived in a society of increasing urbanism. However, they also had firm roots in the vanishing rural society, reflected in their examples and problems. Their employment in schools is also reflected in their books, but in a different way. While Sigurbjörn Á. Gíslason in the 1910s may have been influenced by Pestalozzi's educational ideas of releasing children from the tyranny of methods, Elías Bjarnason in the 1920s is more concerned with teaching particular methods to ensure necessary skills. This agrees with concurrent trends detected in Denmark by Hansen (2009). Elías Bjarnason's textbook was chosen for free national distribution in 1939, republished in a revised edition in the 1960s and was to have a dominating influence for the age group 10–13 through the 1970s.

The authors shared some characteristics. Firstly, they were filled with a youthful enthusiasm. Ólafur Olavius was only in his early thirties when he imported the country's first print shop to print secular literature, and Magnús Stephensen was merely 23 years old when he rewrote his father's manuscript of a textbook, according to his

professor's lecture notes, thereby importing the novelties of decimal fractions and algebra to Iceland. Jón Guðmundsson and Eiríkur Briem, who wrote his book at the age of 23, later became, as well as the Stephensens, outstanding personalities in the advancement of Iceland to modern society.

Secondly, the target groups of all the authors except Sigurbjörn Á. Gíslason were self-educating youngsters in the absence of schools. Even if schools were an emerging phenomenon in the 20th century, the majority of children through the 1920s attended itinerant schools which required children to stay at home, studying on their own for long periods, and lower secondary schools only became commonly accessible in the 1930s.

While all the authors' interests in the progress of Icelandic society are beyond doubt, their visions were to maintain the values of the old self-sufficient rural society, and to teach the public to make the most of its current resources. Only Olavius in the eighteenth-century and Sigurbjörn Á. Gíslason in the early twentieth-century were concerned with giving their readers versatile learning experiences in accordance with recent educational theories. Reflecting upon their educational vision one may wonder if attitudes and opinions of the general public on the nature of mathematics would have developed differently if their textbooks had achieved more far-reaching effects.

Keywords: Arithmetic, arithmetic textbooks, old values, farming society, self-instruction

ABOUT THE AUTHOR

Kristin Bjarnadóttir (krisbj@hi.is) is associate professor at the University of Iceland, School of Education. She completed her M.Sc. degree in mathematics at the University of Oregon in Eugene and a Ph.D. degree in the field of mathematics education at Roskilde University, Denmark. Kristín has taught mathematics, physics and mathematics education at secondary and university levels in Iceland and written textbooks in mathematics. Her research interests are in the field of the history of mathematics education.